



**CAPITULO II - Continuación**

**ESTUDIO DE LAS TRANSFORMACIONES PARTICULARES**

1. Transformación. Isométricas  $v = \text{Cte.}; dV = 0$

1.1. Representación gráfica y representación de los vértices

$$A(p_1, v_1, t_1)$$

$$B(p_2, v_2, t_2) \quad v_1 = v_2 = \text{cte}$$

2da Ley de Gay – Lussac

$$v = \text{cte}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

1.2. Trabajos

Mecánico:  $dl_m = p dv$

$$dl_m = 0 \quad dv = 0 \quad I_m = 0$$

Circulación:  $dl_c = -v dp$

$$I_c = v(P_1 - P_2) \left( \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{Kg.}} \right)$$

$I_{c(+)}$  cuando la presión para disminuye  $dp (-)$

$I_{c(-)}$  cuando la presión para aumenta  $dp (+)$

1.3. Calor permutado

1° P.T. aplicado a gases

$$dq = du + Adl = C_v dt + A p dv = C_v dt$$

$$dq = C_v dt \left( \frac{\text{Kcal.}}{\text{Kg.}} \right)$$

Si:  $p$  disminuye  $dp (-) \rightarrow dq (-)$

$p$  aumenta  $dp (+) \rightarrow dq (+)$

2. Transformación. Isobóricas  $p = \text{Cte.}; dP = 0$

2.1. Representación gráfica y características de los vértices

$$A(p_1, v_1, t_1)$$

$$B(p_2, v_2, t_2) \quad P_1 = P_2 = \text{cte}$$

1ra Ley de Gay – Lussac

$P = \text{cte}$



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

### 2.2. Trabajo

Mecánico:  $dl = pdv$

$$I_m = p(v_2 - v_1) \left( \frac{Kgf \cdot m}{Lg.} \right)$$

dv (-) compresión      dl (-)    l(-)

dv (+) expansión      dl (+)    l(+)

Circulación:  $dl_c = -vdp$        $dp = 0$        $dl_c = 0$

$$I_c = 0$$

### 2.3. Calor Permutado

$$C_p = \frac{dp_p}{dt} \quad dq_p = C_p dt = di$$

$$dq_p = C_v dt + A p dv = C_p dt = di \left( \frac{Kcal.}{Kg.} \right)$$

$$q_p = Ai = i_2 - i_1 \left( \frac{Kcal.}{Kg.} \right)$$

### 3. Transformación Isotérmica      t = Cte      dt = 0

#### 3.1. Representación gráfica y característica de las vértices

$$A(p_1, v_1, t_1)$$

$$B(p_2, v_2, t_2) \quad t_1 = t_2 = cte$$

Ley de Boyle Mariotte

Pv = cte

$$P_1 v_1 = P_2 v_2$$

### 3.2. Trabajos

Mecánico:  $dl = pdv$       Gas perfecto

$$dl = \frac{RT}{v} dv = RT \frac{dv}{v} \quad Pv = RT$$

$$A \int dl = RT \int \frac{dv}{v} \quad P = cte$$

$$I_m = RT \log v \Big|_{v_1}^{v_2} = RT (\log v_2 - \log v_1) = RT \log \frac{v_2}{v_1}$$



$$I_m = RT \cdot 2.303 \log \frac{v_2}{v_1} \left( \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{Kg.}} \right) \frac{v_2}{v_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$I_m = RT \cdot 2.303 \log \frac{P_1}{P_2} \left( \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{Kg.}} \right)$$

Circulación:  $I_c = I_{F_1} + I_m - I_{F_2}$

$$I_c = P_1 v_1 + I_m - P_2 v_2$$

$$I_c = I_m$$

### 3.3. Calor Permutado

Isotérmica  $dt=0$

como  $du = C_v dt \therefore du = 0$

1er P.T.  $dq = du + Adl$

$dq = Adl$

$$q = 2.303 RT \log \frac{P_1}{P_2} = 2.303 RT \log \frac{v_2}{v_1} \left( \frac{\text{Kcal.}}{\text{Kg.}} \right)$$

### 4. Transformaciones Adiabáticas

Son transformaciones que no cambian calor con el medio ambiente o medio exterior

#### 4.1. Representación Gráfica y características de los vértices

#### 4.2. Ecuación diferencial de las Adiabáticas

1er P.T.  $dq = C_v dt + Adv = 0$

Llamamos de  $k = \frac{C_p}{C_v}$  Exponente Adiabático

$C_p > C_v \rightarrow$  Siempre

$$\frac{dT}{T} + (k-1) \frac{dv}{v} = 0$$

Ecuación de diferencial de las Adiabáticas

$$\int \frac{dT}{T} + (k-1) \int \frac{dv}{v} = cte$$

$$\log T \Big|_{T_1}^{T_2} + (k-1) \cdot \log v \Big|_{v_1}^{v_2} = cte$$

$$\log T \Big|_{T_1}^{T_2} + \log^{k-1} v \Big|_{v_1}^{v_2} = cte$$



$$\log T \cdot v^{k-1} \Big|_1^2 = cte$$

$$T \cdot v^{k-1} = cte$$

$$T_1 \cdot v_1^{k-1} = T_2 \cdot v_2^{k-1} = T_3 \cdot v_3^{k-1} = \dots cte$$

$$P \cdot v = RT \quad \therefore T = \frac{P \cdot v}{R}$$

$$\frac{P_1 v_1}{R} \cdot v_1^{k-1} = \frac{P_2 v_2}{R} \cdot v_2^{k-1} = \frac{P_3 v_3}{R} \cdot v_3^{k-1} = \dots cte$$

$$v = \frac{RT}{P} \dots T \cdot P^{\frac{1-k}{k}} = cte$$

$$T \cdot v^{k-1} = cte \quad T \cdot \left( \frac{RT}{P} \right)^{k-1} = cte$$

$$\frac{R^{k-1} T^k}{P^{k-1}} = cte \quad \therefore T^k \cdot P^{1-k} = cte$$

$$\boxed{T \cdot P^{\frac{1-k}{k}} = cte}$$

#### 4.3. Ecuación de las Adiabáticas

$$pv^k = cte \quad Tv^{k-1} = cte$$

$$\boxed{T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = cte}$$

#### 4.4. Relación entre Coordenadas

AB → Transformación adiabática

$$A(P_1, v_1, t_1, T_1)$$

$$B(P_2, v_2, t_2, T_2)$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \\ \frac{v_2}{v_1} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} \frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^k \\ \frac{v_2}{v_1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} \end{array} \right|$$

$$\left| \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right|$$

#### 4.5. Trabajos

Mecánico: 1er P.T.  $dq = C_v dt + Adl = 0$



$$I_m = \frac{P_1 v_1}{k-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \left( \frac{Kgfm}{Kg.} \right)$$

$$I_m = \frac{P_1 v_1}{k-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{P_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] = \frac{P_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \left( \frac{Kgfm}{Kg.} \right)$$

Circulación:  $I_c = K \cdot L_m$

5. Transformaciones Politrópicas

Son transformaciones de un sistema gaseoso donde es mantenida constante la característica de calor específico denominándose; calor específico politrápéutico

5.1. Representación gráfica y características de los vértices

5.2. Ecuación diferencial de las Politrópicas

$$dq_n = C_n dt = C_v dt + A p dv$$

$$\frac{C_p - C_n}{C_v - C_n} = n \quad \text{Exponente Politrópica}$$

$$\frac{dT}{T} + (n-1) \frac{dv}{v} = 0 \quad \text{Ecuación diferencial de las Politrópicas}$$

5.3. Ecuación finita de las Politrópicas

$$T \cdot v^{n-1} = cte$$

$$p v^n = cte$$

Recordando:

- Isotérmica:  $pv^1 = Cte.$  1= exponente isotérmica
- Adiabática:  $pv^k = Cte.$  k= exponente adiabática
- Politrópica:  $pv^n = Cte.$  n= exponente politrópica

5.4. Relación entre coordenadas.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

5.5. Trabajos

Mecánico:  $I_m = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \left( \frac{Kgfm}{Kg.} \right)$



Circulación:

$$I_c = n \cdot L_m \left( \frac{Kgf \cdot m}{Kg.} \right)$$
$$I_c = n \frac{P_1 V_1}{n-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \left( \frac{Kgf \cdot m}{Kg.} \right)$$

5.6. Valor de  $C_n$

como  $n = \frac{C_p - C_n}{C_v - C_n}$

$$C_n = C_v \frac{k-n}{1-n}$$

$$C_n = \frac{AR}{k-1} \cdot \frac{k-n}{1-n}$$

5.7. Calor Permutado  $q_n$

$$dq_n = C_n dt$$

$$\therefore q_n = \frac{AR}{k-1} \cdot \frac{k-n}{1-n} (T_2 - T_1) \left( \frac{Kcal}{Kg.} \right)$$